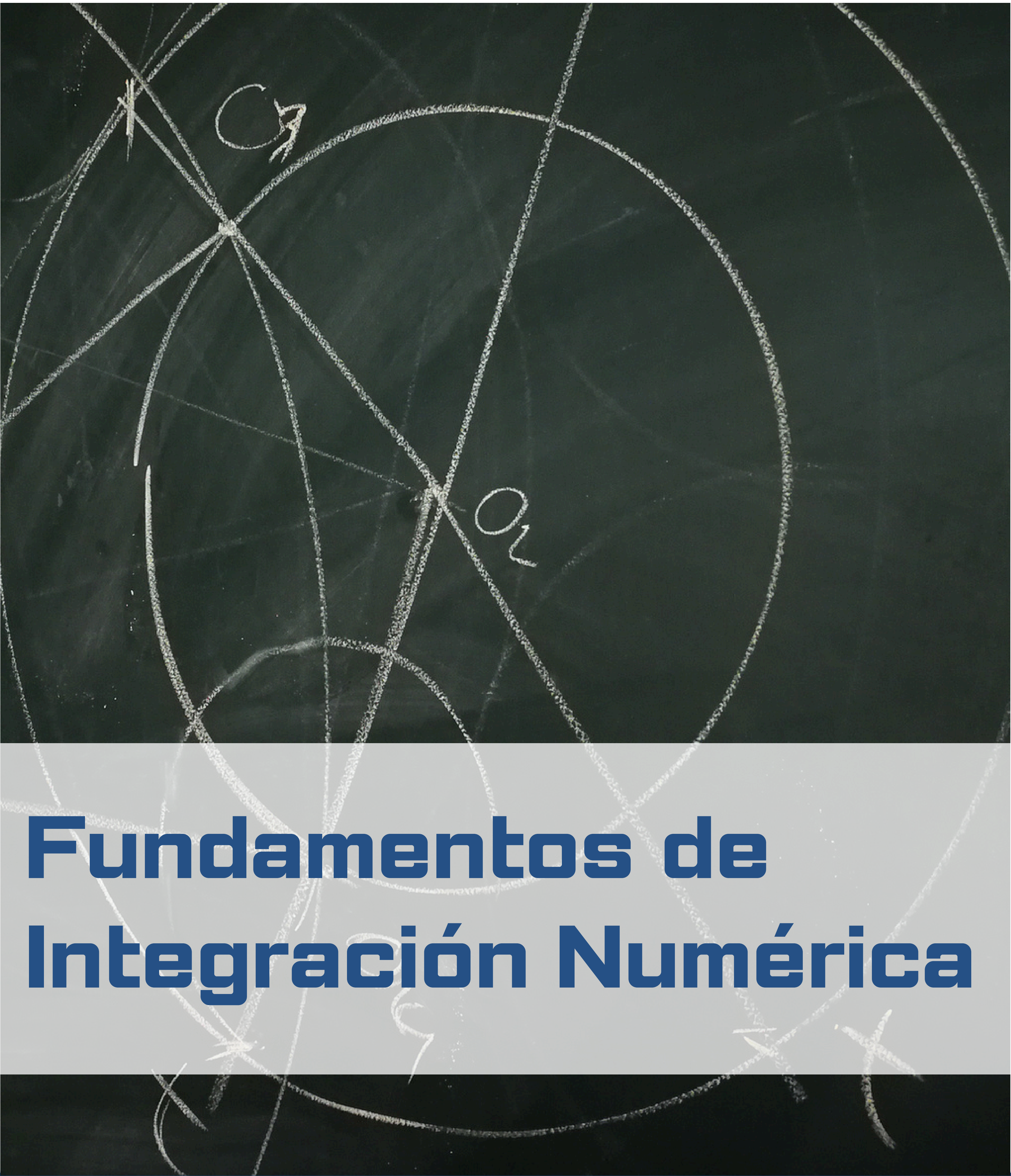
TIC



# Fundamentos de Integración Numérica

TALENTO TECH

UTP Universidad Tecnológica de Pereira

faceIT

# Fundamentos de Integración Numérica

## Importancia de métodos numéricos para la integración

La integración es un proceso matemático que se utiliza para calcular el área bajo una curva o la acumulación de cantidades a lo largo de una variable.

Aunque existen métodos analíticos para realizar integraciones exactas en algunas funciones, muchos problemas prácticos involucran funciones complejas o datos discretos que no se pueden integrar de manera analítica. Aquí es donde entran en juego los métodos numéricos para la integración.

## Algunas razones para la necesidad de estos métodos incluyen:

### Funciones complejas:

Muchas funciones en la ciencia y la ingeniería no tienen antiderivadas cerradas (soluciones analíticas). En tales casos, la integración numérica es esencial para obtener resultados aproximados.

## Datos Experimentales o Discretos:

Cuando se trabaja con datos experimentales o discretos, no se tiene una función continua conocida. Los métodos numéricos permiten aproximar la integral mediante técnicas como la regla del trapecio o los métodos de cuadratura.

## Problemas Multidimensionales:

En problemas multidimensionales, las integrales múltiples a menudo son difíciles o imposibles de resolver analíticamente. Los métodos numéricos, como la integración Monte Carlo, pueden manejar estos casos.

## Optimización y Aprendizaje Automático:

En problemas de optimización y aprendizaje automático, a menudo es necesario calcular integrales para funciones de costo o distribuciones de probabilidad. Los métodos numéricos son vitales en estas aplicaciones.

## Simulaciones y Modelado:

En simulaciones y modelado, se pueden encontrar situaciones donde las ecuaciones que describen el sistema no tienen soluciones analíticas. Los métodos numéricos permiten realizar integraciones en estas condiciones.

TIC

# Diferencias entre Integración Analítica y Numérica

## Exactitud vs. Aproximación

La integración analítica proporciona soluciones exactas y cerradas para funciones específicas.

Los métodos numéricos ofrecen aproximaciones, y la precisión depende de la elección del método y de la cantidad de puntos utilizados en la discretización.

## Tipo de Funciones

La integración analítica es más adecuada para funciones que tienen antiderivadas cerradas.

Los métodos numéricos pueden manejar una amplia variedad de funciones, incluso aquellas que no tienen soluciones analíticas.

## Eficiencia Computacional

La integración analítica puede volverse impráctica en estos casos.

Los métodos numéricos a menudo son más eficientes computacionalmente para funciones complejas o conjuntos de datos grandes.

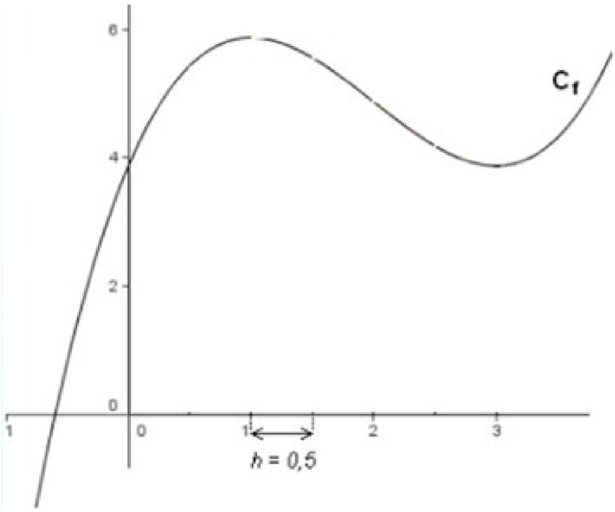
## Flexibilidad

La integración analítica proporciona soluciones exactas en situaciones específicas.

Los métodos numéricos son más flexibles y adaptables a diferentes tipos de problemas, especialmente cuando se trata de integración en condiciones no estándar o en espacios multidimensionales.

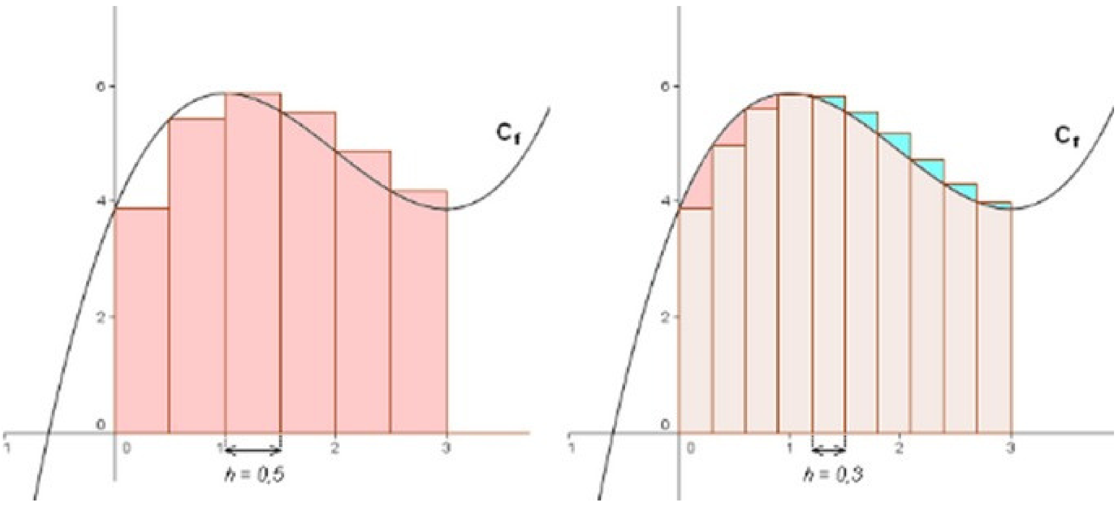
Los métodos numéricos son esenciales cuando se enfrenta a funciones complejas, datos discretos o problemas que no admiten soluciones cerradas. **La elección entre ambos depende de la naturaleza del problema y la precisión requerida.**

Ejemplo, si deseamos integrar la siguiente función, podríamos aplicar:



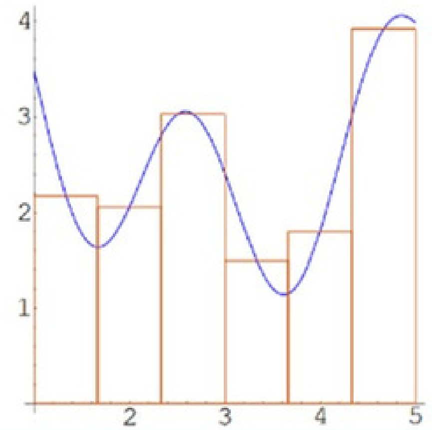

## • Regla del Rectángulo

Definición de la Regla del Rectángulo y su aplicación.



# • Regla del Punto Medio

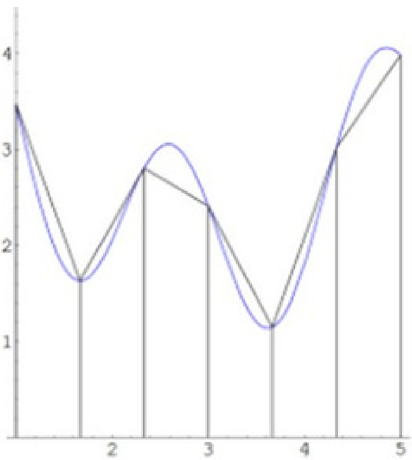
Introducción a la Regla del Punto Medio.




$$M[n\_, f\_, a\_, b\_] := \frac{(b-a)\sum_{i=1}^{n} f\left[a + \frac{(b-a)\,(2\,i-1)}{2\,n}\right]}{n}$$

Veamos una comparación con la Regla del Rectángulo y algunos ejemplos ilustrativos.

# • Regla del Trapecio

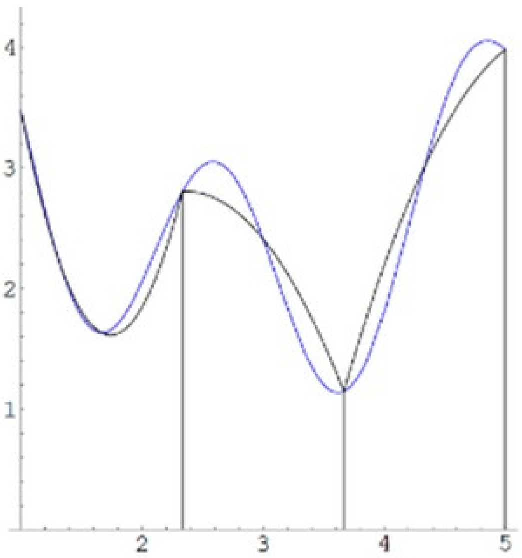



La regla del trapecio es un método de aproximación numérica utilizado en cálculo integral para estimar el valor de una integral definida. Se basa en dividir el área bajo la curva de la función en trapezoides, cuyas áreas son más fáciles de calcular.

$$T[n\_, f\_, a\_, b\_] := \frac{(b-a)\sum_{i=1}^{n}\left(f\left[a + \frac{(b-a)\,(i-1)}{n}\right] + f\left[a + \frac{(b-a)\,i}{n}\right]\right)}{2\,n}$$

# • Regla de Simpson

Este es un método de integración numérica que utiliza polinomios de segundo grado para aproximar el valor de una integral definida. En lugar de dividir el área bajo la curva en trapecios, como en la regla del trapecio, la regla de Simpson utiliza parábolas para mejorar la precisión de la aproximación.




$$\mathtt{S[k\_,\ f\_,\ a\_,\ b\_]\ :=}$$

$$\frac{1}{6\,k}\left((b-a)\sum_{i=1}^{k}\left(f\left[a+\frac{(b-a)\ (i-1)}{k}\right]+4\,f\left[a+\frac{(b-a)\ (2\,i-1)}{2\,k}\right]+f\left[a+\frac{(b-a)\ i}{k}\right]\right)\right)$$