

Elementos del Álgebra Lineal

Elementos del Álgebra Lineal

Veamos algunos elementos importantes y sus definiciones, junto con alguna ilustración de la representación gráfica de estos.

Escalares

En álgebra lineal, un escalar se refiere a un número único, en contraste con vectores o matrices que son conjuntos de números dispuestos en formas específicas. Un escalar puede ser un número real o complejo y se utiliza para modificar vectores o matrices mediante operaciones de multiplicación.

Ejemplos de escalares

$$s \in \mathbb{R}; \quad n \in \mathbb{N}$$

- Número Real: $c=5$
- Número Complejo: $d=3+2i$, donde i es la unidad imaginaria.
- Constantes Matemáticas: π (π), e (número de Euler).

Vectores

Un vector es una entidad matemática que representa una cantidad con magnitud y dirección. En el álgebra lineal, los vectores se suelen representar como arreglos de números. Por ejemplo, un vector bidimensional en el plano cartesiano podría ser :

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

donde "2" es la componente en el eje x y "-3" es la componente en el eje y.

Generalización:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$$

Matrices

Una matriz es una colección rectangular de números, dispuestos en filas y columnas. Cada número individual se llama elemento de la matriz. Por ejemplo, una matriz A de 2×3 se podría representar como:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

En este caso, hay dos filas y tres columnas.

Generalización:

$$A = \begin{bmatrix} A_{1,1} & \dots & A_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{m,1} & \dots & A_{m,n} \end{bmatrix}; \quad A \in \mathbb{R}^{m \times n};$$

$A_{i,:}$ fila i de A
 $A_{:,i}$ columna i de A

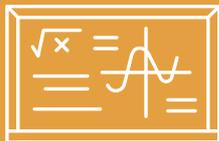
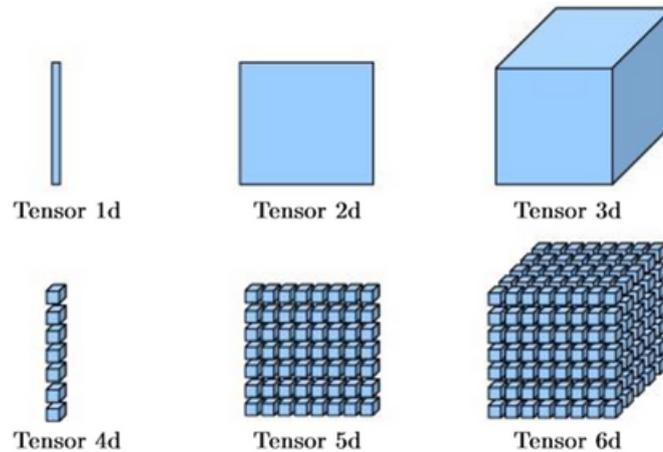
Tensores

Un tensor es una generalización de vectores y matrices a más dimensiones. En el álgebra lineal, un tensor puede representar un conjunto de números organizados en una cuadrícula con un número variable de ejes.

Por ejemplo, un tensor tridimensional podría representarse como:

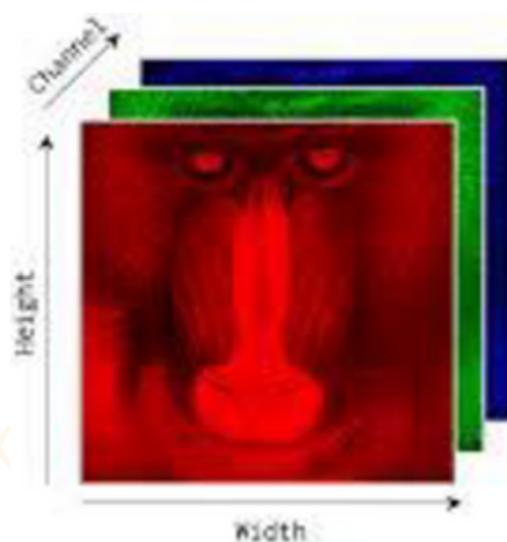
$$T = \left[\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} \right]$$

Aquí, el tensor T tiene dos matrices de 2x2 en dos capas distintas.

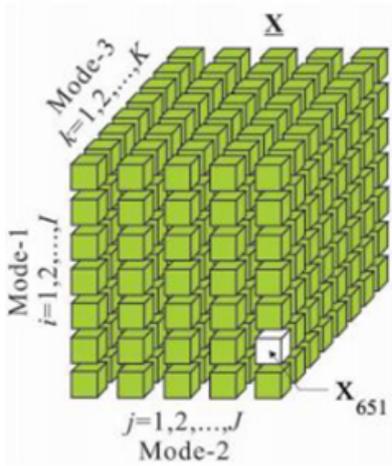


Estos elementos fundamentales son esenciales en álgebra lineal y forman la base para diversas operaciones y manipulaciones de datos en el contexto de la inteligencia artificial y el aprendizaje automático.

Tensor de una imagen de 3 canales RGB



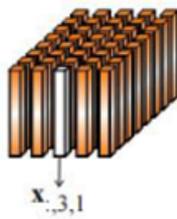
Recorridos en tensores:



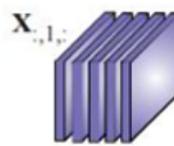
Horizontal Slices



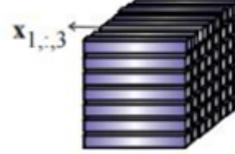
Column (Mode-1) Fibers



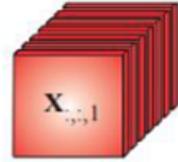
Lateral Slices



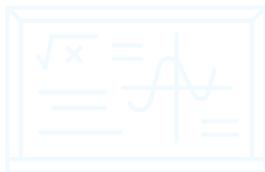
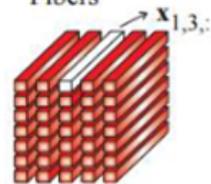
Row (Mode-2) Fibers



Frontal Slices



Tube (Mode-3) Fibers



$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$