COLOMBIA POTENCIA DE LA VIDA

TIC

Módulo 1

Lección 1

Probabilidad

TALENTO TECH

AZ | PROYECTOS EDUCATIVOS

UTP Universidad Tecnológica de Pereira

COLOMBIA POTENCIA DE LA VIDA

TIC

Contenido

1. Introducción
2. Variables Aleatorias
3. Distribuciones de Probabilidad
4. Probabilidad Condicional e Independencia
5. Métricas Estadísticas
6. Regla de Bayes

TALENTO TECH | AZ PROYECTOS EDUCATIVOS | UTP Universidad Tecnológica de Pereira

1. Introducción

La probabilidad es una rama de las matemáticas y una ciencia que se ocupa del estudio cuantitativo de la incertidumbre y la aleatoriedad. Esta disciplina se centra en modelar y analizar fenómenos aleatorios o estocásticos, donde el resultado no es completamente predecible.

Modelado de Incertidumbre	Espacio de Muestras y Eventos
La probabilidad se utiliza para modelar situaciones donde hay incertidumbre sobre el resultado futuro. Proporciona un marco matemático para expresar y medir cuantitativamente la certeza o la posibilidad de que ocurra un evento.	En el estudio de la probabilidad, se define un espacio de muestras que representa todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Los eventos son conjuntos de resultados dentro de este espacio, y la probabilidad asigna medidas numéricas a estos eventos.

- ## ¿Dónde se aplica la probabilidad?

Reglas de Probabilidad	Distribuciones de Probabilidad
Existen reglas y axiomas que rigen el cálculo de probabilidades. Estos incluyen la regla de la suma, la regla del producto, y los axiomas de Kolmogorov, que establecen propiedades fundamentales del cálculo de probabilidades.	Se estudian diversas distribuciones de probabilidad que describen cómo se distribuyen las probabilidades entre los diferentes resultados posibles. Ejemplos incluyen la distribución normal, binomial, poisson, entre otras.

- ## ¿Dónde se aplica la probabilidad?

Teoría de la Medida	Estadística y Aprendizaje Estadístico
Existen reglas y axiomas que rigen el cálculo de probabilidades. Estos incluyen la regla de la suma, la regla del producto, y los axiomas de Kolmogorov, que establecen propiedades fundamentales del cálculo de probabilidades.	La probabilidad es fundamental en estadística y aprendizaje estadístico. En estadística, se utilizan métodos probabilísticos para inferir propiedades de poblaciones a partir de muestras. En aprendizaje estadístico, los modelos probabilísticos son esenciales para la toma de decisiones basada en datos.

• ¿Dónde se aplica la probabilidad?

Aplicaciones en Ciencia e Ingeniería	La probabilidad como ciencia de estudio
La probabilidad se aplica en una variedad de campos, desde la física hasta la ingeniería y la ciencia de datos. En inteligencia artificial, las técnicas probabilísticas son esenciales para modelar la incertidumbre en algoritmos y sistemas.	Proporciona herramientas y conceptos fundamentales para abordar la incertidumbre en diversos contextos. Su aplicación se extiende a través de varias disciplinas y es esencial para comprender y modelar eventos aleatorios en el mundo real.

COLOMBIA POTENCIA DE LA VIDA
TIC
TALENTO TECH
AZ | PROYECTOS EDUCATIVOS
UTP Universidad Tecnológica de Pereira

- La teoría de la probabilidad es un marco matemático para representar afirmaciones inciertas.
- Proporciona un medio para cuantificar la incertidumbre y los axiomas para derivar nuevas afirmaciones inciertas.

• La incertidumbre está relacionada con:

1. **Estocástica inherente a los sistemas modelados**
2. **Observabilidad incompleta**
3. **Modelado incompleto**

2. Variables Aleatorias

Definición de variables aleatorias, tanto discretas como continuas:

- Una variable aleatoria es una variable que puede tomar diferentes valores al azar.
- Una variable aleatoria es una función que asigna un valor, usualmente numérico, al resultado de un experimento aleatorio.
- Las variables aleatorias pueden ser discretas o continuas.

• Variables aleatorias Discretas

- Lado de una moneda = M.
- m = cara, sello.
- P(M = cara)=1/2.
- P(M = sello) =1/2.

• Variables aleatorias Continuas

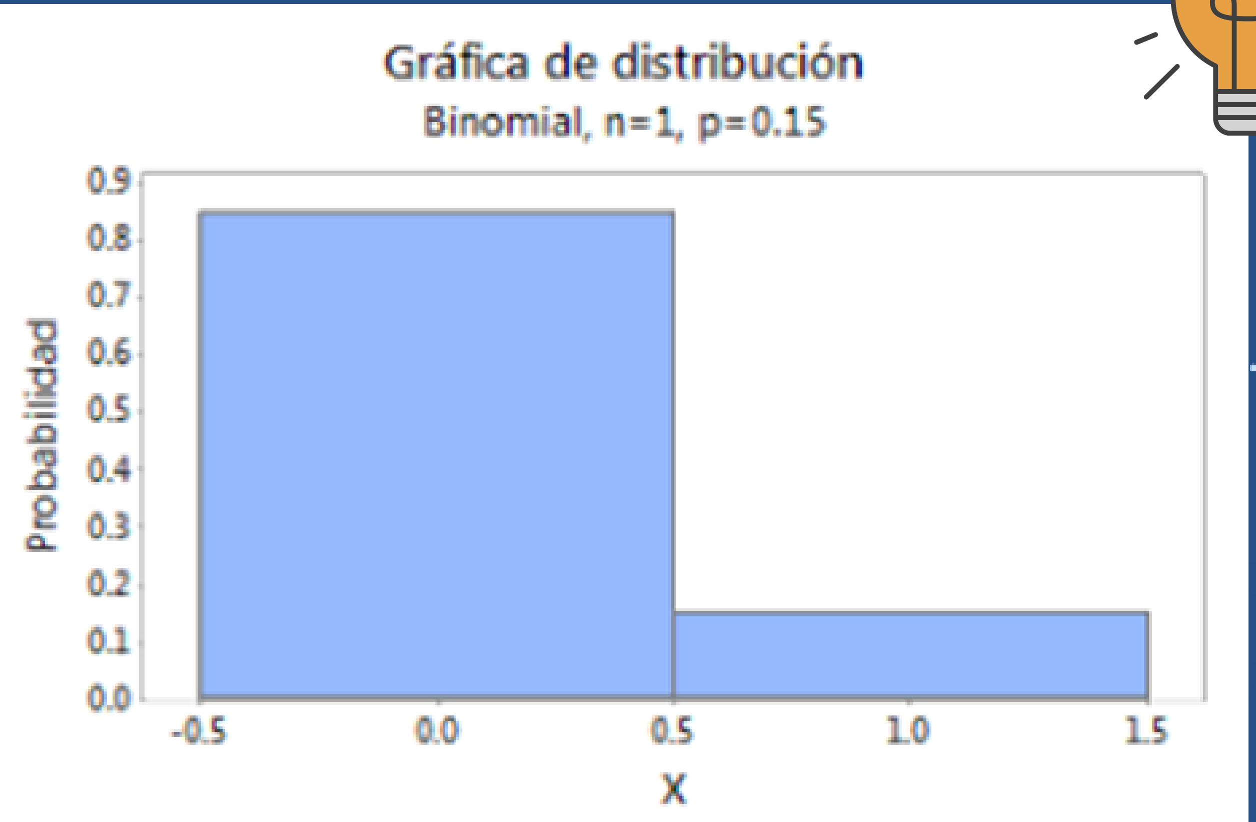
- Valor de una casa puede estar entre 100.000.000 y 500.000.000

3. Distribuciones de Probabilidad

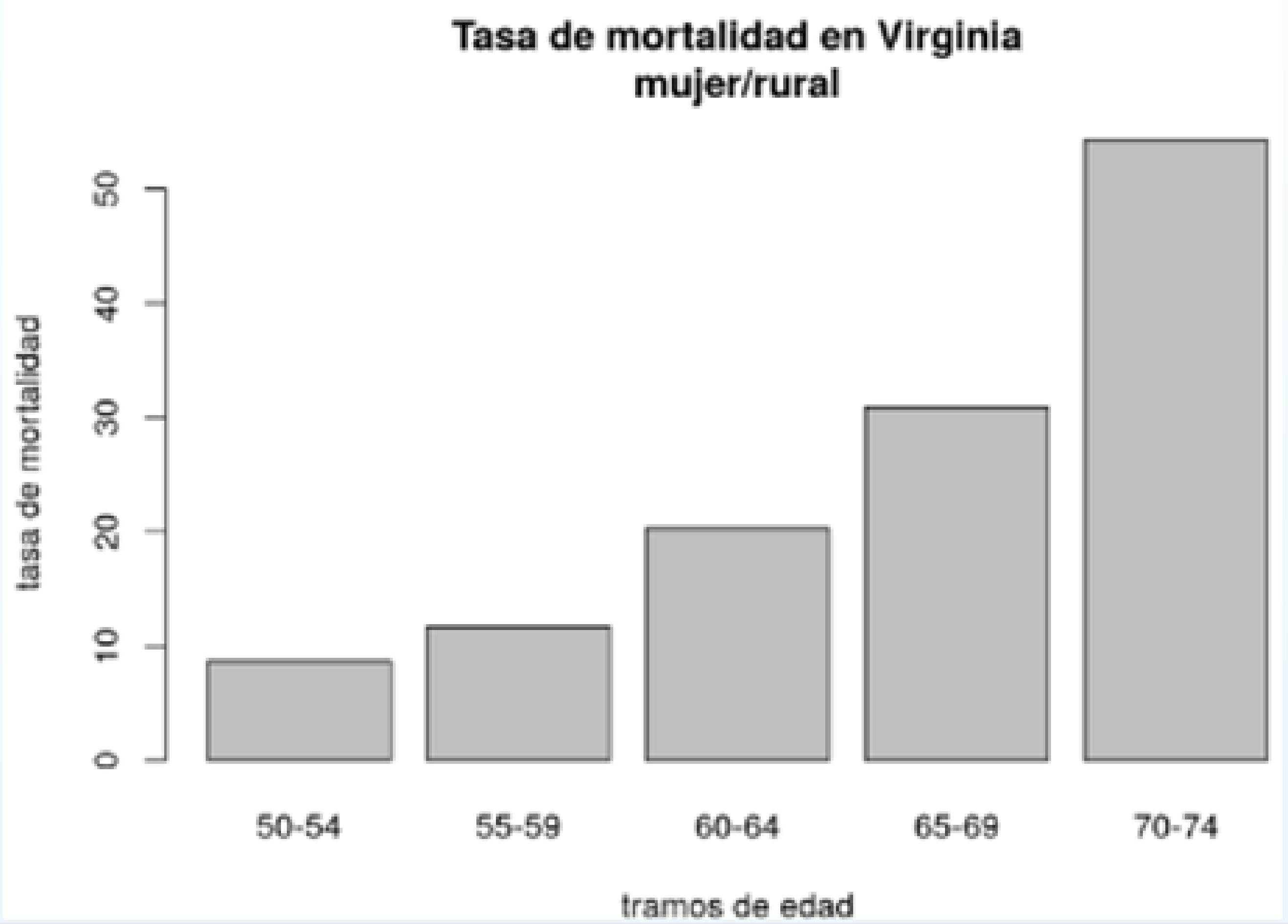
Exploremos las distribuciones de probabilidad, incluyendo discretas (como la distribución binomial y de Poisson) y continuas (como la distribución normal).

Distribución Bernoulli

$$f(x;p)\begin{cases} p & si\ x = 1 \\ q & si\ x = 0 \\ 0 & en\ cualquier\ otro\ caso \end{cases}$$



Distribución Categórica



Es una distribución sobre una sola variable discreta con k estados diferentes, donde k es finito.

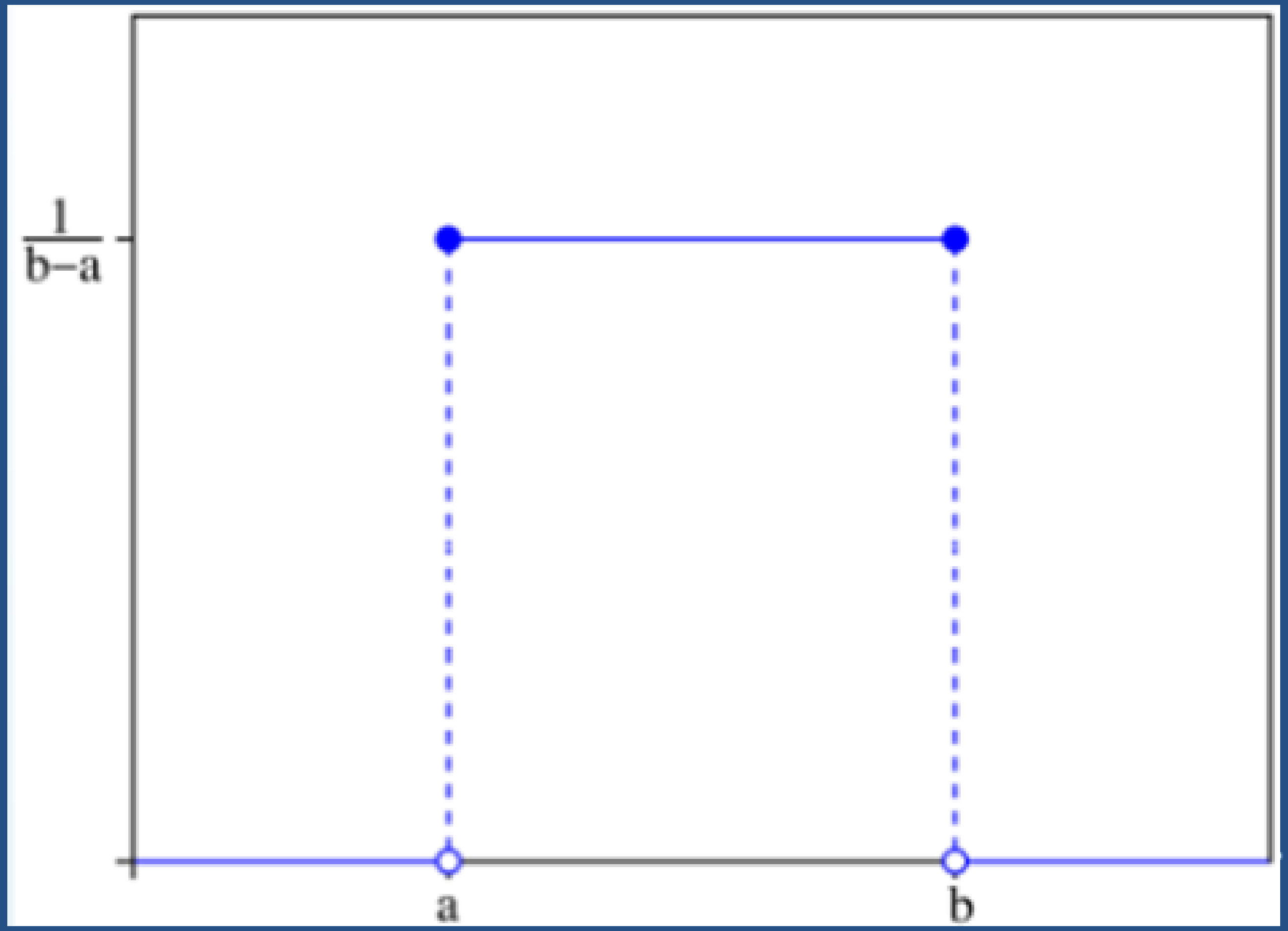
COLOMBIA
POTENCIA DE LA
VIDA

TIC

Distribución Uniforme

$$f(x)\begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & para\ a \leq x \geq b \\ 0\ para\ x < a\ o\ a > b \end{cases}$$

Es una distribución sobre una sola variable discreta con k estados diferentes, donde k es finito.

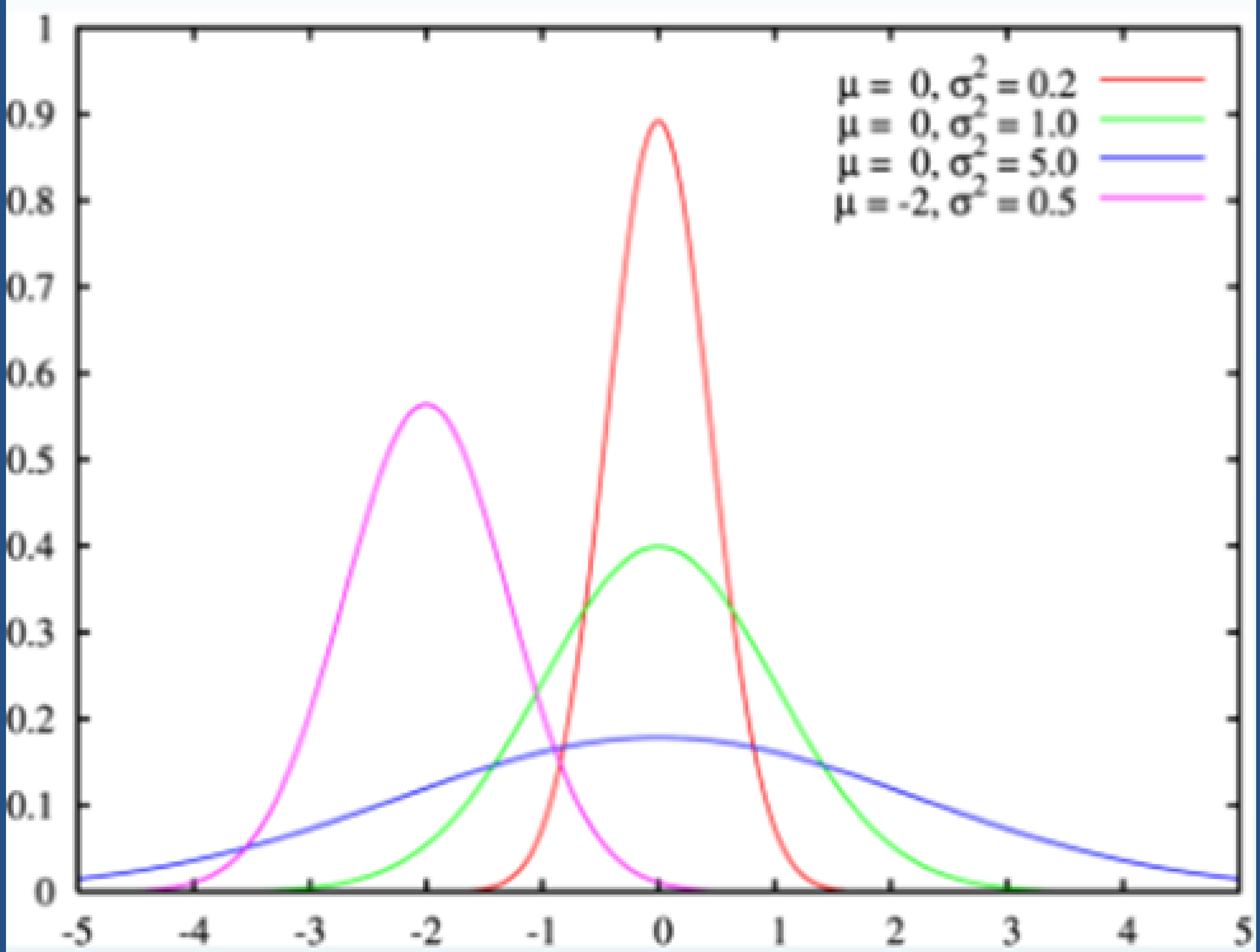


TALENTO TECH
AZ | PROYECTOS EDUCATIVOS
UTP Universidad Tecnológica de Pereira

Distribución Gaussiana

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{\frac{1}{2}t^2}$$

Interpretación gráfica y aplicaciones de estas distribuciones.



4. Probabilidad Condicional e Independencia

La probabilidad condicional es un concepto fundamental en la teoría de la probabilidad y se utiliza para calcular la probabilidad de un evento dado que otro evento ha ocurrido. Se denota como P(A ∣ B), que representa la probabilidad del evento A dado que el evento B ha ocurrido. La fórmula de probabilidad condicional es:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Donde:

- P(A ∣ B) es la probabilidad condicional de A dado B.
- P(A∩B) es la probabilidad conjunta de A y B.
- P(B) es la probabilidad marginal de B.

Probabilidad Conjunta

La probabilidad conjunta $P(A \cap B)$ representa la probabilidad de que ambos eventos A y B ocurran simultáneamente.

Probabilidad Marginal

La probabilidad marginal $P(B)$ es la probabilidad de que ocurra el evento B sin tener en cuenta el evento A.

Independencia de eventos

Dos eventos A y B se consideran independientes si la ocurrencia de uno no afecta la probabilidad del otro. Formalmente, A y B son independientes si $P(A \mid B)=P(A)$ o $P(B \mid A)=P(B)$.

Aplicación en Situaciones Específicas:

- **Enfermedades y Pruebas Médicas:** La probabilidad condicional se utiliza para calcular la probabilidad de que una persona tenga una enfermedad dado un resultado positivo en una prueba médica.

- **Finanzas y Mercados:** En el análisis financiero, la probabilidad condicional se aplica para evaluar el rendimiento futuro de activos financieros dado cierto contexto económico.

Aplicación en Situaciones Específicas:

- **Machine Learning:** En el aprendizaje automático, la probabilidad condicional es esencial para modelar relaciones entre variables y realizar inferencias basadas en datos observados.

- **Ciencias Sociales:** En estudios sociales, la probabilidad condicional puede utilizarse para entender la relación entre dos eventos, como el éxito académico dado el nivel socioeconómico.

Aplicación en Situaciones Específicas:

- **Meteorología:** la probabilidad condicional se aplica en predicciones meteorológicas, donde la probabilidad de lluvia en un día puede depender de la presencia de ciertas condiciones atmosféricas.

Importancia

El análisis de la probabilidad condicional es crucial para entender las relaciones entre eventos y tomar decisiones informadas en diversas disciplinas. Permite modelar la dependencia entre variables y proporciona una herramienta poderosa para la toma de decisiones bajo incertidumbre.

5. Métricas Estadísticas

- Definición y cálculo de métricas clave como la media y la varianza.
- La esperanza o el valor esperado de alguna función f(x) con respecto a una distribución de probabilidad P(x) es el valor promedio o promedio que f toma cuando x se extrae de P.

COLOMBIA POTENCIA DE LA VIDA
TIC
TALENTO TECH
AZ | PROYECTOS EDUCATIVOS
UTP Universidad Tecnológica de Pereira

Para variables discretas:

$$\mathbb{E}_{\mathrm{x}\sim P}[f(x)] = \sum_{x} P(x)f(x),$$

Para variables continuas:

$$\mathbb{E}_{\mathrm{x}\sim p}[f(x)] = \int p(x)f(x)dx$$

Medida de varianza

La varianza da una medida de cuánto varían los valores de una función de una variable aleatoria x a medida que muestreamos diferentes valores de x de su distribución de probabilidad.

$$\mathrm{Var}(f(x)) = \mathbb{E}\left[(f(x) - \mathbb{E}[f(x)])^2\right]$$

Medida de covarianza

La covarianza da una idea de cuánto se relacionan linealmente los dos valores entre sí, así como la escala de estas variables.

$$\mathrm{Cov}(f(x), g(y)) = \mathbb{E}\left[(f(x) - \mathbb{E}[f(x)])\,(g(y) - \mathbb{E}[g(y)])\right]$$

Es importante profundizar con ejemplos prácticos, para comprender cómo estas métricas caracterizan la distribución de probabilidad.

6. Regla de Bayes

A menudo nos encontramos en una situación en la que conocemos P(y | x) y necesitamos saber P (x | y). Afortunadamente, si también conocemos P (x), podemos calcular la cantidad deseada utilizando la regla de Bayes.

$$P(\mathrm{x} \mid \mathrm{y}) = \frac{P(\mathrm{x})P(\mathrm{y} \mid \mathrm{x})}{P(\mathrm{y})}$$

Esto también aplica para problemas de probabilidad condicional inversa.